

Постановою Президії ВАК України від 10.11.99 № 3-05/11 затверджено перелік № 3 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук. До розділу «Педагогічні науки» включено наш збірник наукових робіт «Дидактика математики: проблеми і дослідження» (Бюлетень ВАК України, 1999, № 6), який є продовженням видання «Евристика та дидактика точних наук» міжнародного збірника наукових робіт. Нумерація випусків продовжується.

ЗМІСТ

Нічуговська Л.І.

Професійна мобільність студентів технічних ВНЗ як фактор підвищення конкурентоспроможності майбутніх фахівців 7

Працьовитий М.В., Шевченко С.М.

Узгодження змісту державних стандартів та особистісного саморозвитку як одна з умов формування аналітичного мислення студентів..... 13

Березюк Т.П.

Формування та розвиток математичних компетенцій студента ВНЗ економічного профілю..... 20

Щетиніна О.К.

Проблеми викладання математики при підготовці майбутніх фахівців в області економіки і торгівлі..... 26

Евсеева Е.Г., Габриель Л.А.

Организация учебной деятельности по решению профессионально направленных задач теории вероятностей в системе деятельностного обучения 33

Власенко К.В.

Методика застосування математичного апарату майбутніми інженерами під час навчання теорії випадкових процесів..... 40

Лосева Н.М., Ніколасва О.А.

Прикладна спрямованість навчання аналітичної геометрії як основа формування професійної компетентності викладача математики 46

Горр Г.В.

Об одном подходе в применении теоремы Пуансо кинематического истолкования движения тела с неподвижной точкой 51

Губар Д.Є.

Розробка інформаційного інтерактивного порталу «Аналітична геометрія» для навчання студентів-математиків..... 56

Сулім Т.П.

Методичні вимоги до організації евристичного навчання аналітичної геометрії і лінійної алгебри студентів фізичних спеціальностей..... 62

Кондратьєва О.М.

Реалізація контекстного навчання вищої математики за допомогою діалогової проблемної лекції..... 68

Тымко Ю.Г.

Использование эвристико-дидактических конструкций в курсе методики обучения математике..... 73

Селякова Л.І., Якушева Є.А.

Управління самостійною роботою студентів хімічного факультету на прикладі теми «Елементи математичного аналізу»..... 78

Ткач Ю.М.

Порівняльний аналіз понятійних конструкцій «педагогічна технологія» та «технологія навчання»..... 84

Требиш О.С.

Термінологічний та історичний аспекти проблеми трактування терміну «форми навчання»..... 88

Семенець С.П.

Методика вивчення теорем у розвивальній математичній освіті..... 92

Калубовський О.А., Ірза В.І.

Ознаки та обернені теореми прямокутного трикутника..... 98

Колева К.Б.

Модель решения логических задач типа n -арного отношения в случае, когда $n \geq 3$ при помощи штрихованной сетки..... 106

Скафа О.І., Прач В.С.

Використання інформаційно-комунікаційних технологій як засобу управління евристичною діяльністю учнів гуманітарного профілю..... 118

Ротаньова Н.Ю.

Програма евристичного саморозвитку учнів 5 класів з математики..... 129

Редакція зберігає за собою право на редагування і скорочення статей. Думки авторів не завжди збігаються з точкою зору редакції. За достовірність фактів, цитат, імен, назв та інших відомостей відповідають автори.

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕОРЕМ У РОЗВИВАЛЬНІЙ МАТЕМАТИЧНІЙ ОСВІТІ

С.П.Семенець,
доктор педагог. наук, доцент,
Житомирський державний університет ім. Івана Франка,
м. Житомир, УКРАЇНА

У контексті розвивального підходу розкрито особливості змістового і процесуального компонентів методики вивчення теорем, розроблено навчально-методичну модель управління учбово-математичною діяльністю учнів у ході їх засвоєння.

Ключові слова: *розвивальне навчання, теореми, математична освіта.*

Постановка проблеми. Чим відрізняється математика від інших наук і дисциплін? Відповідь на це, на перший погляд, непросте запитання можна дати так – своєю абстрактністю та наявністю строгих доведень. „Із часів греків говорити „математика“, – означає говорити „доведення“ – зазначає група вчених під колективним псевдонімом Нікола Бурбакі [1]. Вітчизняні методисти-математики серед головних завдань математичної освіти виділяють навчання учнів евристичних схем основних видів навчальної діяльності, оволодіння методами доведення математичних тверджень, а також розвиток у них доказовості мислення [2; 3; 4].

Мета статті – у контексті концепції розвивальної освіти розкрити особливості змістового і процесуального компонентів методики вивчення теорем, розробити навчально-методичну модель управління навчально-математичною діяльністю учнів у ході їх засвоєння.

Виклад основного матеріалу. У навчально-методичній літературі твердження (висловлення), що не відноситься до категорії задач на доведення, істинність якого доводиться, називається теоремою. Навчати школярів формулювати, доводити і застосовувати теореми є одним із головних завдань математичної освіти, що адекватно відповідає особливостям математичного пізнання, дедуктив-

ній сутності математики. Окрім цього, у шкільному курсі математики передбачено значну кількість задач на доведення, що за своїм змістом і теоретичною значущістю відіграють роль теорем. Етап доведення є важливою складовою процесу розв'язування задач конструктивної геометрії. Саме тому в навчанні учнів математики створюються передумови для повноцінного (цілісного) розвитку доказовості мислення, формування змістово-теоретичних операцій, до яких належить аналіз, планування, абстрагування, узагальнення і рефлексія.

Найпоширенішою формою формулювання теорем є така, що ґрунтується на логічній дії імплікації та подається у вигляді умовного висловлення. Структура дії формулювання таких теорем має символічну форму, що розкривається в логіко-математичній моделі:

$$\forall x \in A(x) \Rightarrow (x).$$

Складовими дії формулювання теорем як умовного висловлення виступають операції, що відображають їх зміст і структуру:

$$\text{роз'яснювально-понятійна частина} \rightarrow \text{умова} \Rightarrow \text{висновок}.$$

У випадку істинності прямої і оберненої теореми структура дії формулювання теорем-критеріїв розкривається в логічній схемі:

$$\forall x \in A(x) \Leftrightarrow (x).$$

Відповідні операції виконуються у формулюванні обернених теорем:

роз'яснювально-понятійна частина (необхідність) \rightarrow умова \Rightarrow висновок і роз'яснювально-понятійна частина (достатність) \rightarrow висновок \Rightarrow умова.

Методика вивчення теорем у розвивальній математичній освіті розробляється на основі діяльнісного (задачного), системного та особистісно орієнтованого (суб'єктного) підходів. Метою та основними завданнями цієї методики є розв'язання освітньо-математичних проблем:

- *походження теоретичного матеріалу шкільної математики;*
- *реалізація методу математичного моделювання в ході розв'язування прикладних і практичних задач;*
- *навчання способам дій у процесі формулювання теорем;*
- *формування вмінь самостійно здійснювати пошук доведення;*
- *розв'язування навчальних і навчально-теоретичних задач під час вивчення загальнологічних і спеціальних методів доведення математичних тверджень;*
- *формування вмінь застосовувати теореми для подальшого розвитку теорії, розв'язування математичних задач;*
- *рефлексія (самоаналіз, самооцінка, самоконтроль) засвоєння теорем (формулювання, доведення та застосування в задачних ситуаціях).*

Згідно з концепцією розвивальної освіти (діяльнісним підходом) засвоєння учнями теорем досягається завдяки організації навчально-математичної діяльності, націленої на розв'язання чотирьох взаємопов'язаних завдань:

1) *вивчення мисленнєвого процесу відкриття, способів формулювання теорем і формування на цій основі узагальнених способів дій;*

2) *навчання самостійному пошуку доведень, формування евристико-пошукових схем (формулювання евристичних притисів);*

3) *вивчення методів доведення теорем, створення їхніх навчальних моделей (розроблення правил-орієнтирів);*

4) *формування вмінь застосовувати теореми в процесі розв'язування задач і розвитку математичної теорії.*

У зв'язку з цим вивчення теорем у розвивальній математичній освіті передбачає постановку та розв'язування чотирьох навчальних задач, які, з огляду на загальнопредметну роль і рівень узагальненості, можна віднести до категорії навчально-теоретичних. Дотримуючись принципу розвивальної наступності, задачної системи розвивальної математичної освіти [5], реалізовується навчальна технологія, що репрезентує структуру розвивально-задачного методу навчання математики [6].

I етап

Постановка та розв'язування задач на основі сформованого способу дій (спеціальна орієнтація на успіх). Створення проблемної задачної ситуації, що має практичний (прикладний) зміст і розв'язування якої передбачає відкриття нового теоретичного факту – теореми. Рефлексія першого етапу навчального пізнання.

II етап

Постановка прикладної чи практичної задачі, у процесі розв'язування якої використовується новий теоретичний факт, що буде названий теоремою. Змістовий аналіз задачі, створення математичної моделі задачної ситуації, виділення понять і відношень з метою дослідження закономірних зв'язків між ними. Вивчення математичної моделі, визначення характеристичних властивостей понять, з'ясування логічних зв'язків між ними. Застосування математичної термінології (введення математичного терміну та відповідного йому символу). Формулювання теореми (на інтуїтивній основі) в імплікативній формі $A \Rightarrow$. Пошук доведення та строге доведення сформульованої теореми, що передбачає відшукування необхідних і достатніх умов для виконання тверджень. Рефлексія другого етапу навчального пізнання.

III етап

Постановка та розв'язування навчальних задач (цілісне вивчення теореми).

Перша задача пов'язана з формуванням способів дій у процесі самостійного відкриття й формулювання теорем, розкриває їх зміст і структуру. Вона передбачає конструювання навчальної моделі способу дій у ході самостійного відкриття теорем:

1) змістовий аналіз задачної ситуації, виділення відношень і понять, що виявляються в багатьох інших частинних випадках;

2) формування змістової абстракції: створення математичної (графічної) моделі, що відображає існуючі зв'язки та відношення між поняттями в знаковій, геометричній (графічній) формах;

3) формування змістових узагальнень: вивчення математичної моделі, встановлення загальних істотних і специфічних зв'язків між поняттями, які входять до складу умови та висновку (введення терміну та відповідного йому символу), висунення гіпотези;

4) формулювання теореми згідно зі схемою: роз'яснювально-понятійна частина \rightarrow умова \Rightarrow висновок;

5) побудова таблиці, що розкриває зміст (символьний запис теореми), її структуру та різновид:

Символьний запис теореми	
Структура теореми	Роз'яснювально- понятійна частина:
	Умова:
	Висновок:
Вид теореми (проста чи складена)	

6) контроль за виконанням попередніх дій;

7) оцінка рівня засвоєння способу дій у процесі відкриття (формулювання) теорем.

Друга навчальна задача, пов'язана з навчанням самостійного пошуку доведень, передбачає вивчення особливостей мислительного процесу, який забезпечує логічний перехід від умови теореми до її

висновку. Як правило, сутність процесу доведення зводиться до того, щоб логічно обґрунтувати, що умова теореми вміщує достатні (необхідні і достатні) умови для виконання висновку теореми. Мисленнєвий процес доведення ускладнюється тим, що достатні ознаки в умові теореми задаються неявно, тобто не можуть бути одержані безпосередньо зі змісту названих в умові понять і відношень. З огляду на це, пошук доведення теореми можна розглядати як процес переходу від неявного задання достатніх ознак для висновку теореми до їх явного задання в знайденому доведенні. Тому навчання учнів самостійному пошуку доведень має ґрунтуватися на аналітичному способі міркувань та аналітичному методі доведення, а не на традиційному – синтетичному. Вважаємо, що перевага синтетичного методу доведення теорем у шкільних підручниках математики та в шкільній практиці загалом ускладнює розв'язування другої навчальної задачі.

Навчально-теоретична модель аналітичного методу доведення може бути такою:

1. Змістовий аналіз твердження, виділення того, що дано в умові, і того, що вимагається довести у висновку.

2. Змістовий аналіз умови та висновку твердження, встановлення існуючих логічних зв'язків. Обґрунтування того, чи не є умова достатньою для того, щоб зробити висновок. Якщо так, то твердження є доведеним, якщо ні – то перейти до пункту 3.

3. Відшукування раніше доведеного твердження (аксіоми), з якого випливає висновок. Якщо його знайдено, то твердження є доведеним, якщо ні – то перейти до пункту 4.

4. Відшукування поки ще не доведеного твердження, якого достатньо, щоб зробити висновок.

5. Знаходження наступного твердження, яке є достатнім для того, щоб виконувалося попереднє твердження. Якщо знайдено твердження вже доведене або безпосередньо випливає з умови теореми, то

твердження доведене. В іншому випадку – перейти до чергового виконання пункту 5.

6. Контроль виконаних дій у процесі застосування аналітичного методу доведення.

7. Змістовий аналіз та оцінка (самооцінка) засвоєння аналітичного методу доведення тверджень (знако-символьна фіксація).

Дієвим засобом розв'язування другої навчально-теоретичної задачі є формування вмінь школярів виконувати спеціальні дії підведення під поняття та виведення наслідків із факту належності об'єкта до поняття; оволодіння загальнологічними та спеціальними методами доведення тверджень (їх навчальними моделями, правилами-орієнтирами); засвоєння евристичної схеми пошуку доведення. Ця схема стає предметом вивчення в процесі навчання самостійному пошуку доведень математичних тверджень. Зміст і структура евристичної моделі пошуку доведень може бути представлена таким чином:

1. Змістовий аналіз задачної ситуації, виділення того, що дано в умові, і того, що вимагається довести у висновку.

2. Змістовий аналіз умови та висновку твердження, виділення понять і відношень, що їх пов'язують.

3. Моделювання задачної ситуації засобами математики:

- введення позначень (математичної символіки), виконання рисунку;

- встановлення відповідностей між змістом (поняттями, відношеннями), структурою задачної ситуації та її математичною моделлю;

- запис умови та висновку теореми (задачі) за допомогою логіко-математичної символіки;

- інтерпретація твердження, що доводиться (понять, відношень, логічних зв'язків) у математичній (графічній) формі.

4. Вивчення математичної моделі (етап розгорнутої аналітико-синтетичної діяльності):

- знаходження достатніх умов (ознак) для виконання висновку теореми (реалізація аналітичного методу доведення);

- розгортання умови теореми (формулювання проміжних висновків з того, що дано), виведення наслідків (знаходження необхідних умов);

- змістовий аналіз та зіставлення знайдених достатніх і необхідних умов;

- формулювання висновку щодо істинності твердження, яке доводиться. Якщо цей висновок ще не можна зробити, то відшукування нових достатніх умов, розгортання умови (одержання нових наслідків) – повторне виконання трьох попередніх дій четвертого етапу доведення.

5. Контроль за виконанням попередніх дій.

6. Змістовий аналіз та оцінка (самооцінка) засвоєння узагальненої схеми пошуку доведень теорем (розв'язування задач на доведення).

Третя задача стосується формування способів і методів доведення теорем, засвоєння школярами і студентами відповідних навчальних і навчально-теоретичних моделей загальнологічних та спеціальних методів доведення. З цією метою об'єктом вивчення стає метод (спосіб) доведення теореми. У результаті розгорнутої аналітико-синтетичної діяльності створюється навчальна (навчально-теоретична) модель методу доведення, яка визначає узагальнений спосіб дій під час розв'язування типових задач. Важливою складовою створеної системи дій є рефлексія процесу учіння математики, в основі якої – дії контролю та оцінки. Серед загальнологічних методів доведення особливе місце відводиться аналітичному та аналітико-синтетичному методам, які за своєю сутністю відображають мисленнєвий процес аналізу та синтезу. За результатами розв'язування третьої навчальної задачі будується таблиця:

Метод доведення теореми	
Логічна основа	
Логічна схема	
Навчальна модель	

Змістом четвертої навчально-теоретичної задачі стають способи застосування теореми в задачних ситуаціях. Вони передбачають виконання загальнологічних дій, що встановлюють необхідні, достатні, необхідні і достатні умови для виконання тверджень, а також двох специфічних дій: підведення під поняття; виведення наслідків із факту належності об'єкта до поняття.

Дія підведення математичного об'єкта під поняття включає операції:

1) виділення характеристичних властивостей поняття;

2) встановлення логічних зв'язків між родовими і видовими ознаками поняття;

3) перевірка, чи має математичний об'єкт такий же рід, чи характеризується він такими ж видовими ознаками та зв'язками;

4) формулювання висновку про те, чи належить або не належить математичний об'єкт до класу об'єктів, що зафіксовані в означенні.

Дія виведення наслідків із того, що об'єкт належить до класу об'єктів, містить операції:

1) виділення роду, до якого належить математичний об'єкт;

2) встановлення видових ознак, які мають об'єкти вказаного класу;

3) встановлення логічних зв'язків між родовими і видовими ознаками.

Логічне слідування реалізується у формі умовного висловлення: якщо виконується твердження P , то виконується твердження Q .

Таким чином, встановлюється, що P – достатня умова для Q , а Q – необхідна умова для P . Дія „логічна еквівалентність” розкривається через одночасне виконання двох умовних висловлювань: якщо виконується твердження P , то виконується твердження Q ; якщо виконується твердження Q , то виконується твердження P .

Таким чином, встановлюється, що твердження P і Q є рівносильними.

За результатами виконаної навчальної роботи створюється таблиця:

Застосування теореми	
Дія підведення під поняття	
Дія виведення наслідків	
Дія логічне слідування (еквівалентність)	

Розв'язування кожної з чотирьох навчальних задач завершується самоаналізом, самоконтролем, самооцінкою засвоєння способів дій.

IV етап

Реалізація побудованих навчальних моделей згідно з логікою сходження від абстрактного до конкретного (формування вмінь і навичок): постановка (складання) та розв'язування системи задач на застосування теореми; відкриття (формулювання) і доведення теорем, що пов'язані з доведеною (є її наслідком). Таким чином, маючи загальні навчально-евристичні орієнтири, учні продовжують вивчення двох крупних змістових блоків шкільної математики: теоретичного та практичного (задачного) матеріалу. Контролюється виконання визначених на третьому етапі навчальних дій і операцій. Здійснюються змістова, процесуальна оцінки рівня засвоєння узагальнених способів дій (навчальних моделей). Виконуються референтна і ціннісна самооцінки процесу учіння математики.

V етап

Змістовий аналіз попередніх етапів навчання. Самоконтроль і самооцінка (змістова, процесуальна, референтна, ціннісна) виконаної навчальної діяльності. Реалізація варіативності та альтернативності стосовно вивчення (формулювання, доведення й застосування) теореми: введення поняття рівносильності (еквівалентності) двох теорем, формулювання рівносильної теореми, доведення теореми іншим методом (способом), застосування теореми в нових задачних ситуаціях. Постановка навчально-теоретичної задачі, що передбачає змістово-теоретичне узагальнення (вивчення особли-

востей формулювання, доведення і застосування теореми для загальнішого випадку).

У посібнику [6] наведено приклади застосування створеної навчально-методичної моделі в процесі вивчення теорем шкільного курсу математики.

Висновки. Таким чином, розроблена методика реалізовує основні концептуальні положення розвивальної математичної освіти: обґрунтування походження теоретичних знань і актуалізація науково-теоретичного типу мислення; задачний підхід до організації процесу учіння математики (розв'язування навчальних і навчально-теоретичних задач); навчання математики у формі навчально-математичної діяльності; сходження в ході навчального пізнання від абстрактного (загального) до конкретного (часткового); рефлексія (самоаналіз, самооцінка, самоконтроль) засвоєння способу дій і виконаної діяльності. Особливостям змістового і процесуального компонентів методики навчання розв'язування задач у розвивальній математичній освіті будуть присвячені наші подальші роботи.

1. Бурбаки Н. *Архитектура математики* / Н. Бурбаки. – М. : Знание, 1972. – 32 с.

2. Скафа О. І. *Теоретико-методичні основи формування прийомів евристичної діяльності в процесі вивчення математики в умовах впровадження сучасних технологій навчання* : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук : спец. 13.00.02 / О. І. Скафа. – К., 2004. – 40 с.

3. Слєпкань З. І. *Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики* / З. І. Слєпкань. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2006. – 240 с.

4. Тарасенкова Н. А. *Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики* : монографія / Н. А. Тарасенкова. – Черкаси : Вид-во «Плюс», 2002. – 400 с.

5. Семенець С. П. *Теорія задач розвивальної математичної освіти* / С. П. Семенець // *Дидактика математики: проблеми і дослідження* / Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 30. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2008. – С. 130–134.

6. Семенець С. П. *Методика навчання математики (підготовлено на основі концепції розвивальної освіти) : навчальний посібник* / С. П. Семенець. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2009. – 536 с.

Резюме. Семенець С.П. **МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕМ В РАЗВИВАЮЩЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ.** В контексте развивающего подхода раскрыто особенности содержательного и процессуального компонентов методики изучения теорем, разработано методическую модель управления учебно-математической деятельностью учащихся при их усвоении.

Ключевые слова: развивающее обучение, теоремы, математическое образование.

Abstract. Semenets S. **METHOD FOR STUDYING THEOREMS IN DEVELOPMENTAL MATHEMATICS EDUCATION.** In the context of the developmental approach revealed particularly substantial and procedural components of the teaching methods of the theorems, the methodical model of management education and the mathematical activity of students during their assimilation.

Key words: Developmental training, theorems, mathematical education

Стаття надійшла до редакції 12.01.2012 р.